

Electromagnétisme de la matière

Partiel (durée 1h30)

I. Cylindre diélectrique polarisé (6 pts)

Sous l'action d'un champ électrique appliqué E_a uniforme, un barreau cylindrique (rayon a , longueur $l \gg a$) acquiert une polarisation volumique P uniforme selon Ox , et ceci perpendiculairement à l'axe Oz du cylindre. On se propose de calculer le champ électrique E_{in} , à l'intérieur, et E_{ex} à l'extérieur du milieu, par la méthode du champ auxiliaire E^* .

1. Calculer E^* et en déduire les valeurs de E en fonction de P .
2. Le matériau est un conducteur. Exprimer P en fonction du champ appliqué. Quelle est la distribution de charge du conducteur ? Que vaut le moment dipolaire électrique du barreau ?
3. Déterminer les composantes de E à l'extérieur du barreau en fonction de E_a , a et des coordonnées cylindriques r et φ . Déduire les valeurs des composantes du déplacement électrique D en tout point.

II. Condensateur à diélectrique. (5 pts)

Une lame d'un milieu diélectrique LHI, caractérisé par une permittivité absolue ϵ acquiert, sous l'effet d'un champ E , appliqué perpendiculairement à ses faces (Fig.1), une polarisation volumique P uniforme.

1. Quelle est la distribution de charges équivalentes à un tel état de polarisation ? Calculer en fonction de E_a , ϵ_0 et ϵ , les valeurs du champ électrique E , du déplacement électrique D et de la polarisation P en tout point intérieur ou extérieur à la lame.

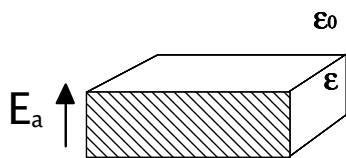


Figure 1

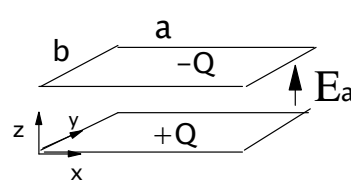


Figure 2

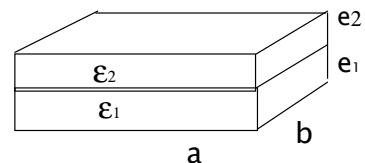


Figure 3

2. Les deux armatures planes rectangulaires d'un condensateur à vide (Fig.2) sont espacées de e et sont initialement chargées ($Q > 0$ et $-Q$). On introduit entre ces armatures maintenues isolées, une lame matérielle qui emplit totalement le volume inter-armatures. On néglige tout effet de bord. On choisit la direction Oz perpendiculaire aux armatures; on note e la distance inter-armatures, et a et b les côtés respectivement parallèles à Ox et Oy .

La lame introduite est constituée de deux milieux matériels LHI superposés en deux lames d'épaisseurs respectives e_1 et e_2 (Fig.3) caractérisés par leur permittivité ϵ_1 et ϵ_2 . Calculer E et D dans chaque couche et la nouvelle valeur de la capacité. .../...

III. lame infinie à faces parallèles contenant des molécules polaires orientables. (Barème indicatif : 9 pts)

On considère une lame infinie à faces parallèles constituée d'un milieu *l.h.i.*, de constante diélectrique relative ϵ_r . Le milieu est *amorphe* et l'épaisseur de la lame est très supérieure à la distance inter-atomique. On introduit dans ce milieu un ensemble de molécules polaires orientables, de moment dipolaire p_0 , en densité N suffisamment faible pour ne pas perturber la constante diélectrique ϵ_r . Ces molécules sont sans interaction entre elles et sont en présence d'un champ local que l'on exprimera dans le modèle de Lorentz.

- 1) Rappeler le *principe* du calcul du champ local \mathbf{E}_l dans le modèle de Lorentz et démontrez son expression en fonction du champ électrique macroscopique \mathbf{E} et de la polarisation \mathbf{P} .

Pour la suite, on se place dans le cas limite des hautes températures pour ce qui concerne la polarisation d'orientation.

- 2) Définir la polarisabilité effective α_{or} des molécules polarisables.
- 3) Ecrire le vecteur polarisation comme la somme d'un terme en \mathbf{E} et d'un terme en \mathbf{E}_l .
- 4) En déduire l'expression de la polarisation \mathbf{P} en fonction de \mathbf{E} , N , ϵ_r , ϵ_0 et α_{or} .
- 5) Calculer la nouvelle constante diélectrique relative $(\epsilon_r)_{total}$ du milieu prenant en compte les molécules polaires. $(\epsilon_r)_{total}$ sera exprimée en fonction de N , ϵ_r et α_{or} . Sachant que $N \alpha_{or} \ll 1$, donner l'expression de $(\epsilon_r)_{total}$ au premier ordre en $(N \alpha_{or})$ en fonction de N , ϵ_r et α_{or} .
- 6) On impose un champ électrique extérieur \mathbf{E}_{ex} perpendiculaire aux faces de la lame, dans le vide. Donner l'expression du champ électrique \mathbf{E}_{in} dans le milieu complet en fonction de \mathbf{E}_{ex} , N , p_0 , ϵ_r , ϵ_0 , kT .